

数値計算 小テスト 1,2 時限

1. 以下の文が正しい場合は○, 誤っている場合は×を記せ. (1点×5=5点)

- (a) ルンゲクッタ法は6階の解法でありオーダは6次である.
- (b) 微分方程式の数値解法では, ステップ幅は一定である.
- (c) 上三角行列の逆行列は上三角行列である.
- (d) 下三角行列の行列式は正である.
- (e) $\dot{x} = 2\sqrt{x}$ は常微分方程式の標準型である.

2. 時刻 t に従って変化する変数 x, y に関する, 次の微分方程式を標準形に変換せよ. このとき状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準形であるかを説明せよ. (5点)

$$\begin{aligned}5\ddot{x} + 3(\dot{x} - \dot{y}) + 2(x - y) &= 0 \\4\ddot{y} + 3(\dot{y} - \dot{x}) + 2(y - x) &= 6 \sin 2t\end{aligned}$$

3. 質量 m の質点が水平面 $O - xy$ 内を運動する. ただし, 質点の運動は, 曲線 $R(x, y) = y - ax^2 = 0$ (a は定数) 上に制約されている. 制約 R の変数 x, y に関する偏微分を R_x, R_y で表す. 制約力の大きさを λ で表すと, 質点の運動方程式は

$$\begin{aligned}m\ddot{x} &= \lambda R_x \\m\ddot{y} &= \lambda R_y\end{aligned}$$

で与えられる. 制約安定化法を用いて, この微分方程式を標準形に変換せよ. このとき状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準形であるかを説明せよ. (5点)

4. 次の行列のコレスキー分解を求めよ. (5点)

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

数値計算 小テスト 3,4 時限

1. 以下の文が正しい場合は○, 誤っている場合は×を記せ. (1点×5=5点)

- (a) ルンゲクッタ法は4階の解法であるがオーダーは3次である.
- (b) 下三角行列の逆行列は上三角行列である.
- (c) ルンゲクッタフェールベルグ法では, ステップ幅は一定である.
- (d) 上三角行列の行列式は正である.
- (e) $\dot{x} = 2\sqrt{x}$ は常微分方程式の標準型である.

2. 次の行列のコレスキー分解を求めよ. (5点)

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 & 0 \\ 6 & 8 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

3. 時刻 t に従って変化する変数 x, y に関する, 次の微分方程式を標準型に変換せよ. このとき状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準形であるかを説明せよ. (5点)

$$5\ddot{x} + 2(x - y)(\dot{x} - \dot{y}) = 0$$

$$4\ddot{y} + 2(y - x)(\dot{y} - \dot{x}) = 0$$

4. 質量 m の質点が水平面 $O - xy$ 内を運動する. ただし, 質点の運動は, 曲線 $R(x, y) = 3x^2 + y^2 - 6 = 0$ 上に制約されている. 制約 R の変数 x, y に関する偏微分を R_x, R_y で表す. 制約力の大きさを λ で表すと, 質点の運動方程式は

$$m\ddot{x} = \lambda R_x$$

$$m\ddot{y} = \lambda R_y$$

で与えられる. 制約安定化法を用いて, この微分方程式を標準型に変換せよ. このとき状態変数を明示し, 得られた式がなぜ標準形であるかを説明せよ. (5点)