

1. 連立一次方程式

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & -3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 6 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 6 \\ -9 \\ -8 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

を解け.

2. 以下に示す微分方程式を, 標準形式に変換せよ.

(1)

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 3\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + 6\cos\theta = 0$$

(2)

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)d\tau = E(t)$$

R, L, C は定数 $E(t)$ は定関数

3. 行列

$$A = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{3} \\ 2/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

に対して, 射影行列

$$A(A^T A)^{-1}A^T$$

を求めよ.

4. 制約

$$(-\sin\alpha)x + (\cos\alpha)y = 0$$

を有する微分方程式

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= (-\sin\alpha)\lambda, \\ m\ddot{y} &= (\cos\alpha)\lambda - mg \end{aligned}$$

を, 制約安定化法を用いて標準形式に変換せよ. ここで, λ はラグランジュの未定乗数, α, m, g は定数である.