

Runge-Kutta法 レポート課題

1. 図に示すように、質量を無視できるリンクの先端に質量 m の質点を付け、他端をモータで駆動する。リンクが鉛直方向と成す角を θ 、モータのトルクを τ 、モータの粘性を b 、重力加速度を g とすると、この系の運動方程式は、

$$m\ddot{\theta} + b\dot{\theta} + g \sin \theta = \tau$$

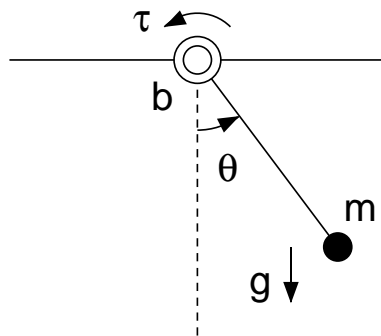
で与えられる。モータのトルクに正弦波 $\tau = F \cos \omega t$ を与える。ここで、 $b/m = \mu$ 、 $F/m = f$ とおき、簡単のため $g/m = 1$ と仮定すると、

$$\ddot{\theta} + \mu\dot{\theta} + \sin \theta = f \cos \omega t \quad (1)$$

が得られる。以下の場合において、位相図を描け。

- (1) $\mu = 0.05, \omega = 0.7, f = 0.4$
- (2) $\mu = 0.05, \omega = 0.7, f = 0.5$
- (3) $\mu = 0.05, \omega = 0.7, f = 0.6$

振幅 f の値によって、位相図の様子が大きく異なるはずである。この系は、カオス (chaos) の一例である。三枚の位相図と考察を提出せよ。



1リンク機構

2. 図に示す2自由度リンク機構の運動方程式は、

$$H_{11}\ddot{\theta}_1 + H_{12}\ddot{\theta}_2 - h\dot{\theta}_2^2 - 2h\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 + G_1 + G_{12} = \tau_1$$

$$H_{22}\ddot{\theta}_2 + H_{12}\ddot{\theta}_1 + h\dot{\theta}_1^2 + G_{12} = \tau_2$$

で与えられる。ここで、

$$H_{11} = m_1 l_{c1}^2 + I_1 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2$$

$$H_{12} = m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2$$

$$H_{22} = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$h = m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2$$

$$G_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos \theta_1$$

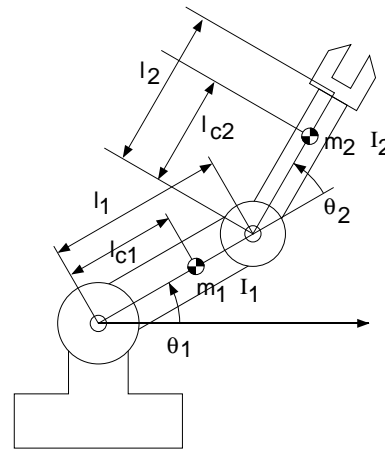
$$G_{12} = m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

である (確認し、誤りがあれば訂正せよ)。関節角 θ_1, θ_2 の目標値を、それぞれ θ_1^d, θ_2^d で表す。関節空間のフィードバック

$$\tau_1 = K_{p1}(\theta_1^d - \theta_1) - K_{v1}\dot{\theta}_1$$

$$\tau_2 = K_{p2}(\theta_2^d - \theta_2) - K_{v2}\dot{\theta}_2$$

を実行したときの関節角の挙動を調べよ。ここで、 K_{p1}, K_{p2} は P ゲイン、 K_{v1}, K_{v2} は D ゲインである。収束性が良いように、ゲインを適切に選ぶこと。また、I 補償 (積分補償) を追加するとどうなるか検討せよ。



2リンク機構