

数学解析 I 中間試験

(自筆のノートのみ持ち込み可。
コピー, 印刷物は不可)

1. 以下の問いに答えよ。(15点 × 2)

(1) 微分方程式

$$\frac{dx}{dt} - 2x = e^t \quad x(0) = 1$$

の解が

$$x(t) = 2e^{2t} - e^t$$

であるかどうかを調べよ。

(2) 微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}$$

の一般解が,

$$x^2 + y^2 - 2cx = 0 \quad (c \text{ は任意の定数})$$

であるかどうかを調べよ。

2. 次の微分方程式を解け。(15点 × 5)

(1) $\frac{dx}{dt} = 6\sqrt{x} \quad x(0) = 1$

(2) $\frac{dy}{dx} - \frac{1}{1+x}y = 1 - x^2 \quad y(0) = 2$

3. 次の関数のラプラス変換を求めよ。(5点 × 5)

(1) $t^3 - 3t^2 + 1$ (2) $5 \sin 2t$ (3) $3t^2 + e^{-t}$

(4) $t^2 \sin t$ (5) $\cos^2 t$

1	$\frac{1}{s}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{s^3}$

e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$

$x(t)$	$X(s)$
$e^{at}x(t)$	$X(s-a)$
$tx(t)$	$-\frac{dX(s)}{ds}$

4. 図に示すような, 抵抗 R , インダクタンス L , 交流電源 $e(t) = E \cos \omega t$ から成る電気回路がある. 時刻 $t=0$ でスイッチ S を閉じる. このとき, 時刻 t における電流 $i(t)$ は, 以下の微分方程式を満たす.

$$L \frac{di}{dt} + R i = E \cos \omega t$$

以下の問いに答えよ.

(1) 同次微分方程式

$$L \frac{di}{dt} + R i = 0$$

の一般解を求めよ。(5点)

(2) 同次微分方程式の一般解には, 一個の積分定数が含まれる. この定数を関数とみなすことにより, もとの方程式の一般解を求めよ。(10点)

