

力学 中間試験

1. 図1に示すように、質点 P がある直線上を運動している。時刻 t における質点の位置を $r(t)$ とする。直線の方法を表す単位ベクトルを d 、点 $r(0)$ から点 $r(t)$ までの距離を $c(t)$ で表す。ただし、点 $r(0)$ からベクトル d の方向は正、逆方向は負となるように、 $c(t)$ の符号を定める。以下の問いに答えよ。

(1) $r(0) = [-1, 0, 0]^T (m)$ 、 $d = [1, 0, 2]^T$ 、 $c(t) = 2t^2 (m)$ である。速度ベクトルの x, y, z 成分、加速度ベクトルの x, y, z 成分を求めよ。(10点)

(2) $r(0) = [-1, 0, 0]^T (m)$ 、 $d = [1, 0, 2]^T$ である。関数 $c(t)$ の時間微分 $\dot{c}(t)$ の値が、図2に示すように与えられるとき、質点の位置ベクトル $r(t)$ の x, y, z 成分を求めよ。(注意： $c(0) = 0 (m)$ である。) (10点)

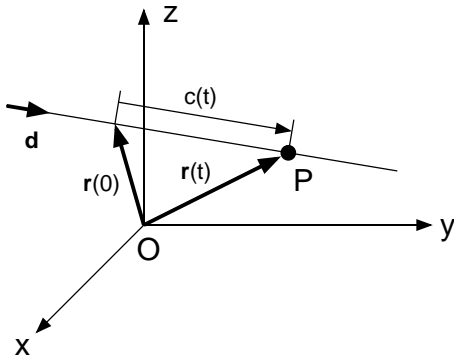


図1: 質点の直線運動

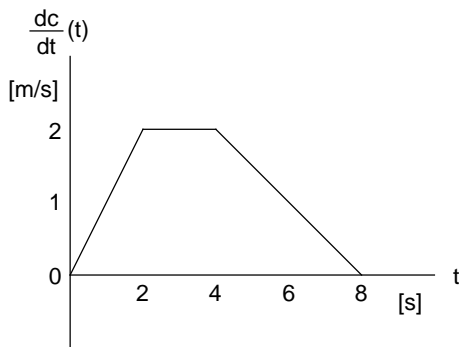


図2: 時間微分 $\dot{c}(t)$ のグラフ

2. 図3に示すように、天井から2本のロープで物体を吊す。ロープの支点間の距離は、 $5.0 [m]$ である。左側のロープの長さは $4.0 [m]$ である。右側のロープの根本に張力計を取り付け、右側のロープに作用する張力を計測する。質量が不明の物体をつり下げたところ、左側のロープが天井と成す角度が 60° 、張力計の計測値が $5.0 [N]$ となった。物体による重力の大きさを求めよ。(20点)

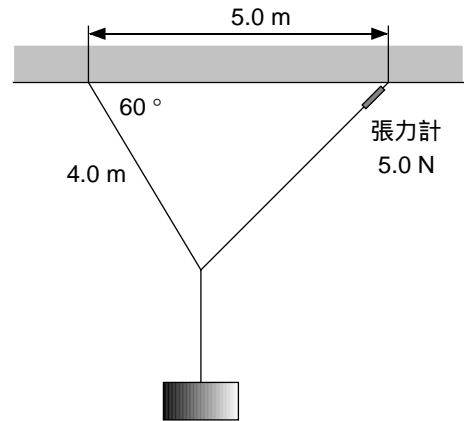


図3: 天井から物体を2本のロープで吊す

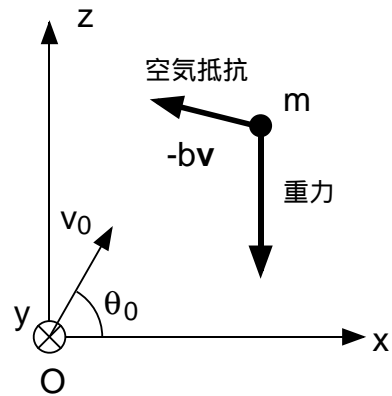


図4: 空気抵抗を受ける質点の重力落下

3. 質点における力の釣り合いの式 $f_1 + f_2 + \dots + f_n = 0$ を確かめるためには、どのような実験を行えばよいか。(20点)

4. 図4に示すように、質量 m の質点を空中に投げる。初速度の大きさを v_0 、初速度が水平面と成す角を θ_0 とする。質点の初期位置を原点とし、鉛直上向きを z 軸、初速度の水平面射影の方向を x 軸とする。質点には重力と空気からの抵抗力が作用する。空気からの抵抗力は、速度の大きさに比例し、速度の逆方向に作用するとする。この比例定数を b で表す。また、重力加速度を g とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 質点の速度を v とする。運動方程式を求めよ。(15点)
- (2) 運動方程式を、 x, y, z 軸方向の成分で表せ。(10点)
- (3) 運動方程式を解き、質点の運動を求めよ。(15点)