

数値計算論 試験

1. 微分方程式

$$-\frac{d^2v}{dx^2} = x \quad (0 \leq x \leq 1)$$
$$v(0) = 0, \quad v(1) = 0$$

を，有限要素法で解け．なお，解析解は

$$v(x) = \frac{1}{6}x(1 - x^2)$$

である．

2. 行列

$$A = \begin{bmatrix} -1/\sqrt{7} & 3/\sqrt{11} \\ 1/\sqrt{7} & 1/\sqrt{11} \\ -2/\sqrt{7} & -1/\sqrt{11} \\ 1/\sqrt{7} & 0/\sqrt{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & -4 \\ 0 & 11 \end{bmatrix}$$

に対して，射影行列

$$A(A^T A)^{-1} A^T$$

を求めよ．

3. 以下に示す微分方程式を，標準形式に変換せよ．

(1)

$$m\ddot{x} = f$$
$$x = x_{spring} + x_{damper}$$
$$f = -kx_{spring}$$
$$f = -b\dot{x}_{damper}$$

m, k, b は定数

(2)

$$ml^2\ddot{\theta} + mgl \sin \theta = K_p(\theta^d - \theta) - K_v\dot{\theta} + K_I \int_0^t (\theta^d - \theta(\tau)) d\tau$$

$m, l, g, K_p, K_v, K_I, \theta^d$ は定数